Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour consulter tous nos sujets d'annales et corrigés du BTS CPDE, veuillez visiter :
btscpde.fr/annales-sujets-et-corriges

BTS CPDE

Mathématiques

Session 2018 • Code sujet : **MATGRB1** • Durée : **2 heures** • Coefficient : **Variable selon la spécialité : 1, 1,5, 2, 2,5 ou 3**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. Départ d'un train à très haute vitesse et calcul de l'aire d'une pièce (13 questions) **Page 3**

2. Obsolescence programmée des smartphones : probabilités, loi binomiale et test d'hypothèse (13 questions) **Page 7**

3. Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ) (Synthèse & Q&A Examen) **Page 12**

Sujet officiel (PDF) : https://btscpde.fr/assets/annales/bts-cpde/E2 - Mathématiques/2018/BTS CPDE - E2 - Mathématiques - Session 2018 - 3-Sujet.pdf

1. Départ d’un train à très haute vitesse et calcul de l’aire d’une pièce

Le départ d’un wagon propulsé dans un tube à basse pression est modélisé par une fonction donnant sa distance parcourue, afin d’étudier sa vitesse et de vérifier l’objectif des ingénieurs. Une pièce destinée aux futures gares est ensuite étudiée à partir de sa symétrie, de ses limites géométriques et d’une fonction donnée.

A. Résolution d’une équation différentielle

Question 1°. Résoudre sur [0, +∞[l’équation différentielle homogène y' - 0,2y = 0, en s’appuyant si besoin sur la formule fournie.

On compare avec la forme fournie : $a = -0,2$. Les solutions sont de la forme $y(t) = ke^{-at}$, où k est une constante réelle.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = ke^{0,2t}$, avec $k \in \mathbb{R}$.

Question 2°. Vérifier que la fonction g définie sur [0, 3] par g(t) = -15t - 75 est une solution de l’équation différentielle y' - 0,2y = 3t.

1. $g'(t) = -15$.
2. $g'(t) - 0,2g(t) = -15 - 0,2(-15t - 75) = 3t$.

Le membre de gauche est bien égal au second membre de (E).

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> g est une solution de (E).

Question 3°. Déduire de la solution particulière g et des solutions de l’équation homogène l’ensemble des solutions de l’équation différentielle y' - 0,2y = 3t.

> La solution générale de l’équation avec second membre est la somme d’une solution particulière et de la solution générale de l’équation homogène.

On additionne donc $g(t) = -15t - 75$ et $ke^{0,2t}$.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = ke^{0,2t} - 15t - 75$, avec $k \in \mathbb{R}$.

Question 4°. Déterminer la fonction f solution de l'équation différentielle y' - 0,2y = 3t qui vérifie la condition initiale f(0) = 0, le wagon étant au point de départ à t = 0.

Dans la solution générale, $f(0) = k - 75$. La condition $f(0) = 0$ donne $k = 75$. On remplace cette constante dans l'expression générale.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f(t) = 75(e^{0,2t} - 1) - 15t$.

B. Étude de fonction et application

Question 1° a). À partir de l'expression fournie de f'(t), résoudre sur [0, 3] l'inéquation f'(t) ≥ 0.

L'expression donnée est $f'(t) = 15(e^{0,2t} - 1)$. Pour $t \in [0, 3]$, on a $0,2t \geq 0$, donc $e^{0,2t} \geq 1$. Ainsi, la dérivée est positive ou nulle sur tout l'intervalle.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f'(t) \geq 0$ sur $[0, 3]$.

Question 1° b). Déduire de l'étude du signe de f'(t) les variations de la fonction f sur [0, 3].

t	**0**	$]0, 3]$	**3**
Signe de $f'(t)$	0	+	+
Variation de f	0	croissante	16,659

Comme f' est positive sur $[0, 3]$, la fonction f y est croissante.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> f croît de 0 à environ 16,659 km sur $[0, 3]$.

Question 2°. Calculer le nombre de kilomètres parcourus par le wagon au bout d'une minute à partir de f(t) = 75(e^(0,2t) - 1) - 15t, puis arrondir le résultat au dixième.

À une minute, $f(1) = 75(e^{0,2} - 1) - 15 \approx 1,605$ km. L'arrondi demandé au dixième est donc $1,6$ km.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $1,6$ km.

Question 3° a). Sachant que la vitesse du wagon en kilomètres par minute à l'instant t correspond à f'(t), déterminer sa vitesse à t = 2 minutes et arrondir au dixième.

1. La vitesse à l'instant t vaut $f'(t) = 15(e^{0,2t} - 1)$.
2. À $t = 2$, $f'(2) = 15(e^{0,4} - 1) \approx 7,377$ km/min.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $7,4$ km/min.

Question 3° b). Déterminer si l'objectif des ingénieurs, atteindre une vitesse instantanée de 400 km/h en moins de 2 minutes, est atteint et justifier la réponse.

La vitesse cible correspond à $400/60 = 20/3$ km/min. En résolvant $15(e^{0,2t} - 1) = 20/3$, on obtient $t = 5\ln(13/9) \approx 1,839$ min, durée inférieure à deux minutes.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Oui, la vitesse cible est atteinte après environ $1,839$ min.

Question 4°. Choisir, parmi les trois propositions, l'équation de la tangente à la courbe C au point d'abscisse 2. Une seule réponse est exacte et aucune justification n'est demandée ; la formule de tangente est fournie.

La formule de la tangente en $t = 2$ est $y = f'(2)(t - 2) + f(2)$. Après remplacement par les expressions de $f'(2)$ et de $f(2)$, on obtient la troisième proposition.

$$y = 15(e^{0,4} - 1)t + 45e^{0,4} - 75.$$

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Troisième proposition : $y = 15(e^{0,4} - 1)t + 45e^{0,4} - 75$.

C. Calcul intégral

Question 1°. À partir du schéma et de l'échelle indiquée, choisir parmi les trois propositions l'aire A1 du rectangle OPQR en unités d'aire. Une seule réponse est exacte et aucune justification n'est demandée.

Sur le schéma, le rectangle $OPQR$ va de $x = 0$ à $x = 3$, et sa hauteur vaut $2,25$. Son aire est donc $3 \times 2,25 = 6,75$ unités d'aire.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $A_1 = 6,75$ u. a.

Question 2°. Calculer l'aire A2 de la région comprise entre la courbe de g(x) = 27x/(2x² + 18), l'axe des abscisses et les droites d'équations x = 0 et x = 3, en exploitant la primitive fournie.

Comme $g(x) \geq 0$ sur $[0, 3]$, l'aire est l'intégrale de g. La primitive fournie donne :

$A_2 = \frac{27}{4}[\ln(x^2 + 9)]_0^3 = \frac{27}{4}\ln 2 \approx 4,679$ u. a.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $A_2 = \frac{27}{4}\ln 2 \approx 4,679$ u. a.

Question 3°. Déduire des résultats précédents l'aire A de la pièce hachurée, en tenant compte de sa symétrie par rapport à l'axe des ordonnées, et arrondir au millième.

1. Sur la moitié droite, l'aire hachurée vaut $A_1 - A_2$.
2. Par symétrie par rapport à l'axe des ordonnées, $A = 2(A_1 - A_2) = 2\left(6,75 - \frac{27}{4}\ln 2\right)$.

L'unité graphique étant le mètre, l'aire s'exprime en m^2.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $A \approx 4,143\ \mathrm{m}^2$.

2. Obsolescence programmée des smartphones : probabilités, loi binomiale et test d'hypothèse

L'exercice étudie l'obsolescence technique et logicielle de smartphones, puis modélise le nombre d'appareils non réparables dans un lot prélevé au hasard. Il se termine par un test bilatéral portant sur l'affirmation selon laquelle 55 % des Français pensent que la marque B pratique l'obsolescence programmée.

A. Probabilités conditionnelles

Question 1°. À partir des données sur les 200 smartphones, les taux d'obsolescence technique et logicielle et la proportion touchée par les deux types, compléter le tableau d'effectifs croisant ces événements et leurs complémentaires.

Sur 200 smartphones, l'obsolescence technique concerne 6 appareils et l'obsolescence logicielle 16. Parmi ces 16, 12,5 % sont aussi touchés techniquement, soit 2 smartphones. Les autres cases se complètent en retranchant l'intersection des totaux de ligne ou de colonne, puis en vérifiant que les marges totalisent bien 200.

Smartphones	Touchés par L	Non touchés par L	Total
Touchés par T	2	4	6
Non touchés par T	14	180	194
Total	16	184	200

Tableau d'effectifs complété

Smartphones	touchés par l'obsolescence logicielle	non touchés par l'obsolescence logicielle	Total
touchés par l'obsolescence technique	2	4	6
non touchés par l'obsolescence technique	14	180	194
Total	16	184	200

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

Cases intérieures du tableau : 2, 4, 14 et 180 smartphones.

Question 2°. Donner les probabilités P(T), P(L) et P_L(T), où T désigne l'obsolescence technique, L l'obsolescence logicielle et P_L(T) la probabilité de T sachant que L est réalisé.

Les proportions de smartphones touchés donnent directement P(T) = 0,03 et P(L) = 0,08. Pour la probabilité conditionnelle, on considère uniquement les appareils touchés par L : 12,5 % d'entre eux sont aussi touchés par T. Ainsi, $P_L(T) = 0{,}125$. Cette valeur correspond également au rapport entre les 2 appareils touchés par les deux

formes d'obsolescence et les 16 touchés par L.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(T) = 0{,}03$; $P(L) = 0{,}08$; $P_L(T) = 0{,}125$.

Question 3° a). Calculer la probabilité qu'un smartphone soit touché à la fois par l'obsolescence technique et par l'obsolescence logicielle, soit P(T ∩ L).

Par définition d'une probabilité conditionnelle, $P(T \cap L) = P(L) \times P_L(T)$. On utilise les données de l'énoncé : $P(L) = 0{,}08$ et $P_L(T) = 0{,}125$. Leur produit donne la proportion de smartphones concernés simultanément par les deux formes d'obsolescence. Le résultat est exprimé au millième, comme demandé pour cet exercice.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(T \cap L) = 0{,}010$.

Question 3° b). Calculer la probabilité qu'un smartphone soit touché par au moins l'un des deux types d'obsolescence, soit P(T ∪ L).

L'événement $T \cup L$ signifie qu'au moins une des deux formes d'obsolescence touche le smartphone. En additionnant P(T) et P(L), l'intersection est comptée deux fois : il faut donc la soustraire une fois. La formule est $P(T \cup L) = P(T) + P(L) - P(T \cap L)$. Avec les probabilités obtenues précédemment, on trouve 0,100.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(T \cup L) = 0{,}100$.

Question 3° c). Calculer P_T(L), la probabilité qu'un smartphone soit touché par l'obsolescence logicielle sachant qu'il est touché par l'obsolescence technique.

La probabilité qu'un smartphone soit touché par L sachant qu'il est touché par T est le quotient de la probabilité de l'intersection par P(T). On obtient $P_T(L) = P(T \cap L) / P(T) = 0{,}01 / 0{,}03$. La valeur exacte est 1/3 ; l'arrondi au millième est donc 0,333.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P_T(L) = 0{,}333$.

B. Loi binomiale

Question 1°. Justifier que la variable aléatoire X, qui compte les smartphones non réparables parmi 50 appareils prélevés avec remise assimilée, suit une loi binomiale, puis déterminer ses paramètres.

Chaque prélèvement correspond à une épreuve de Bernoulli : le smartphone est non réparable, avec une probabilité de 0,045, ou réparable. Le stock est suffisamment important pour assimiler les 50 prélèvements à des tirages avec remise, donc les épreuves sont indépendantes et de même probabilité. X compte les smartphones non réparables parmi ces 50 appareils : il suit une loi binomiale de paramètres n = 50 et p = 0,045.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> X suit la loi binomiale de paramètres n = 50 et p = 0,045.

Question 2°. Calculer la probabilité que, dans un lot de 50 smartphones, tous les appareils soient réparables.

Tous les smartphones sont réparables si aucun des 50 appareils n'est non réparable. Il s'agit donc de l'événement X = 0, où X suit la loi binomiale de paramètres 50 et 0,045. La probabilité correspondante est $(1 - 0{,}045)^{50}$, soit $0{,}955^{50}$. On arrondit le résultat au millième, conformément à la consigne de l'exercice.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> La probabilité que les 50 smartphones soient réparables est environ 0,100.

Question 3° a). Faire tourner à la main l'algorithme qui additionne les probabilités binomiales pour i allant de 0 à 3, puis compléter le tableau avec les valeurs de P(X = i) et les sommes successives S.

À chaque valeur de i, l'algorithme ajoute P(X = i) à la somme précédente, en commençant par S = 0. Les probabilités sont calculées avec X suivant la loi binomiale de paramètres 50 et 0,045. Les sommes cumulées ci-dessous sont obtenues à partir des valeurs non arrondies, puis arrondies au millième pour compléter le tableau.

i	**0**	**1**	**2**	**3**
P(X = i)	0,100	0,236	0,272	0,205
S	0,100	0,336	0,608	0,813

Tableau de l'algorithme complété

i	0	1	2	3
$P(X = i)$	0,100	0,236	0,272	0,205
S	0,100	0,336	0,608	0,813

✓ RÉPONSE À RETENIR

Probabilités : 0,100 ; 0,236 ; 0,272 ; 0,205. Sommes successives : 0,100 ; 0,336 ; 0,608 ; 0,813.

Question 3° b). Donner la valeur de S à la fin de l'algorithme et interpréter cette somme dans le contexte du nombre de smartphones non réparables dans un lot.

À la fin de la boucle, S est la somme des probabilités P(X = 0), P(X = 1), P(X = 2) et P(X = 3). Ces événements sont incompatibles : leur somme est la probabilité que le lot contienne au plus trois smartphones non réparables. La valeur calculée à la question précédente est d'environ 0,813.

✓ RÉPONSE À RETENIR

S ≈ 0,813 : environ 81,3 % des lots contiennent au plus trois smartphones non réparables.

Question 4°. Calculer l'espérance de X et interpréter le résultat dans le contexte des lots de 50 smartphones.

Pour une variable aléatoire suivant une loi binomiale de paramètres n et p, l'espérance est E(X) = np. Ici, E(X) = 50 × 0,045 = 2,25. Cela signifie que, si l'on considère un grand nombre de lots de 50 smartphones, le nombre moyen d'appareils non réparables par lot est de 2,25.

✓ RÉPONSE À RETENIR

E(X) = 2,25 smartphones non réparables en moyenne par lot de 50.

C. Test d'hypothèse

Question 1°. Sous l'hypothèse nulle, F suit une loi normale de moyenne 0,55 et d'écart type 0,037. Choisir, parmi les trois propositions, la valeur de h arrondie au centième telle que P(0,55 - h ≤ F ≤ 0,55 + h) = 0,95.

Sous H_0, F suit une loi normale de moyenne 0,55 et d'écart type 0,037. L'intervalle central contenant 95 % des valeurs s'étend approximativement de 1,96 écart-type de part et d'autre de la moyenne. On obtient donc h ≈ 1,96 × 0,037 = 0,07252. Arrondie au centième, cette valeur correspond à la proposition 0,07.

✓ RÉPONSE À RETENIR

La proposition exacte est h = 0,07.

Question 2°. Énoncer la règle de décision du test bilatéral de seuil 5 % portant sur H0 : p = 0,55 et H1 : p ≠ 0,55.

Le test est bilatéral et son seuil de signification est de 5 %. La région de non-rejet est l'intervalle centré sur 0,55, avec h arrondi à 0,07. Ses bornes sont 0,55 − 0,07 = 0,48 et 0,55 + 0,07 = 0,62. On ne rejette pas H_0 lorsque la fréquence observée appartient à cet intervalle ; sinon, on rejette H_0.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Ne pas rejeter H_0 si $0{,}48 \leq f \leq 0{,}62$; la rejeter si f est hors de cet intervalle.

Question 3°. Dans l'échantillon aléatoire de 180 personnes interrogées, 76 déclarent que la marque B pratique l'obsolescence programmée. Conclure le test à partir de ce résultat.

La fréquence observée dans l'échantillon est f = 76/180 ≈ 0,422. Elle est inférieure à la borne 0,48 de l'intervalle de non-rejet déterminé précédemment. La fréquence observée se trouve donc dans la région de rejet du test bilatéral. Au seuil de 5 %, on rejette l'hypothèse nulle selon laquelle p = 0,55.

✓ RÉPONSE À RETENIR

On rejette H_0 au seuil de 5 % : l'échantillon ne valide pas p = 0,55.

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2018)

Bilan de l'épreuve : Épreuve de mathématiques du BTS, groupement B, session 2018, code MATGRB1, durée 2 heures, coefficient variable selon la spécialité (de 1 à 3). Les deux exercices, notés chacun sur 10, étudient le départ d'un train à très haute vitesse et l'obsolescence des smartphones. Les compétences évaluées couvrent équations différentielles, étude de fonctions, calcul intégral, probabilités, loi binomiale et test d'hypothèse.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- La solution générale d'une équation différentielle linéaire est la somme d'une solution particulière et de la solution générale de l'équation homogène associée.
- La vitesse instantanée est la dérivée de la distance : si f est en kilomètres et t en minutes, f'(t) s'exprime en kilomètres par minute.
- Pour deux événements T et L, P(T ∪ L) = P(T) + P(L) - P(T ∩ L), et P_T(L) = P(T ∩ L)/P(T).
- Pour X suivant une loi binomiale B(n,p), E(X) = np ; dans un test bilatéral, on compare la fréquence observée aux bornes établies sous H0.

Points de vigilance & attentes du jury

- Respecter les intervalles de définition et distinguer une solution particulière de l'ensemble des solutions d'une équation différentielle.
- Vérifier les unités : convertir la vitesse en kilomètres par minute avant de la comparer à 400 km/h.
- Identifier correctement l'événement conditionnant et ne pas confondre intersection et union dans les probabilités.
- Pour le test, utiliser la fréquence sur 180 personnes, appliquer les deux bornes de décision et conclure dans le contexte.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment trouver la solution de l'équation différentielle du départ du wagon ?

Résolvez d'abord l'équation homogène y' - 0,2y = 0. Ajoutez la solution particulière fournie pour obtenir la solution générale, puis appliquez la condition initiale f(0) = 0 afin de déterminer la constante.

Q : Comment convertir la vitesse calculée en kilomètres par minute en kilomètres par heure ?

Multipliez la vitesse en kilomètres par minute par 60, car une heure contient 60 minutes. Comparez ensuite la valeur obtenue à 400 km/h et vérifiez si le critère temporel est satisfait avant les deux minutes.

Q : Comment organiser mon temps dans cette épreuve de deux heures ?

Les deux exercices valent chacun 10 points et leurs parties sont annoncées comme indépendantes. Parcourez les questions, répartissez votre temps entre les exercices et gardez quelques minutes pour vérifier les calculs, les unités et les arrondis.

Q : Qu'attend le jury pour une conclusion de test d'hypothèse ?

Comparez la fréquence observée aux bornes de décision obtenues au seuil de 5 %, puis indiquez si H0 est rejetée ou non rejetée. La conclusion doit répondre au contexte sans présenter H0 comme définitivement prouvée.

Sujet officiel associé (PDF) : https://btscpde.fr/assets/annales/bts-cpde/E2 - Mathématiques/2018/BTS CPDE - E2 - Mathématiques - Session 2018 - 3-Sujet.pdf
Ressources BTS Conception des Processus de Découpe et d\ : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.