



Ce document a été mis en ligne par l'organisme [FormaV®](#)

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :

[www.formav.co/explorer](http://www.formav.co/explorer)

# Corrigé du sujet d'examen - E3 - Mathématiques et Physique - Chimie - BTS CPDE (Conception des Processus de Découpe et d'emboutissage) - Session 2019

## 1. Rappel du contexte

Ce corrigé concerne l'épreuve de mathématiques du BTS Conception des Processus de Découpe et d'emboutissage, session 2019. Le sujet aborde des notions de modélisation, d'équations différentielles, de probabilités et de statistiques, en lien avec des situations concrètes.

## 2. Correction question par question

### Exercice 1 (10 points)

#### Partie A : modélisation

##### 1. Montrer que la fonction $V$ est solution de l'équation différentielle : (E) : $y' + 0,3125y = 10$

On a l'équation différentielle initiale :

$$m y'(t) + k y(t) = mg$$

En remplaçant les valeurs données :  $m = 80$  kg,  $k = 25$ ,  $g = 10$ , on obtient :

$$80 y' + 25y = 800$$

En divisant par 80, on simplifie :

$$y' + 0,3125y = 10$$

Donc, la fonction  $V$  est bien solution de l'équation (E).

##### 2. Résoudre l'équation différentielle : (E0) : $y' + 0,3125 y = 0$

Cette équation est une équation différentielle linéaire homogène. La solution générale est :

$$y(t) = Ce^{-0,3125t}, \text{ où } C \text{ est une constante.}$$

##### 3. Déterminer une fonction constante solution de (E).

Pour trouver une solution constante, on pose  $y' = 0$ . Ainsi, l'équation devient :

$$0 + 0,3125y = 10 \implies y = \frac{10}{0,3125} = 32.$$

Donc,  $y = 32$  est une solution constante de (E).

##### 4. En déduire les solutions générales de (E).

La solution générale de (E) est la somme de la solution homogène et de la solution particulière :

$$y(t) = Ce^{-0,3125t} + 32.$$

**5. Déterminer une expression de la vitesse  $V(t)$  du parachutiste à l'instant  $t$ .**

En utilisant la condition initiale  $V(0) = 0$ , on a :

$$0 = Ce^{\{0\}} + 32 \implies C = -32.$$

Donc, l'expression de la vitesse est :

$$V(t) = -32e^{\{-0,3125t\}} + 32 = 32(1 - e^{\{-0,3125t\}}).$$

**Partie B : étude de la chute**

**1. a. Estimer une valeur arrondie de l'instant  $t_0$  à partir duquel la vitesse dépasse 20 m.s<sup>-1</sup>.**

On cherche  $t_0$  tel que :

$$32(1 - e^{\{-0,3125t_0\}}) > 20 \implies 1 - e^{\{-0,3125t_0\}} > \frac{20}{32} = 0,625.$$

Donc,  $e^{\{-0,3125t_0\}} < 0,375$ . En prenant le logarithme :

$$-0,3125t_0 < \ln(0,375) \implies t_0 > \frac{-\ln(0,375)}{0,3125} \approx 3,2 \text{ s}.$$

**1. b. Retrouver par le calcul la valeur exacte de  $t_0$ .**

Pour calculer  $t_0$ , on résout :

$$32(1 - e^{\{-0,3125t_0\}}) = 20 \implies 1 - e^{\{-0,3125t_0\}} = 0,625 \implies e^{\{-0,3125t_0\}} = 0,375.$$

On prend le logarithme :

$$-0,3125t_0 = \ln(0,375) \implies t_0 = \frac{-\ln(0,375)}{0,3125} \approx 3,2 \text{ s}.$$

**2. a. Donner l'expression  $V'(t)$  de la dérivée de la vitesse.**

On dérive  $V(t)$  :

$$V'(t) = 32 * 0,3125 e^{\{-0,3125t\}} = 10 e^{\{-0,3125t\}}.$$

**2. b. Etudier le sens de variations de  $V$  sur  $[0 ; +\infty[$ .**

Comme  $V'(t) > 0$  pour tout  $t \geq 0$ , la fonction  $V$  est croissante sur cet intervalle.

**3. Le parachutiste peut-il atteindre une vitesse de 130 km.h<sup>-1</sup> ?**

Convertissons 130 km.h<sup>-1</sup> en m.s<sup>-1</sup> :

$$130 \text{ km.h}^{-1} = \frac{130}{3,6} \approx 36,11 \text{ m.s}^{-1}.$$

La vitesse maximale est 32 m.s<sup>-1</sup>, donc le parachutiste ne peut pas atteindre 130 km.h<sup>-1</sup>.

**4. Calculer la vitesse moyenne du parachutiste lors des deux premières secondes de chute.**

La vitesse moyenne est donnée par :

$$v_{\text{moy}} = \frac{1}{2 - 0} \int_0^2 32(1 - e^{-0,3125t}) dt.$$

Calculons l'intégrale :

$$v_{\text{moy}} = \frac{1}{2} \left[ 32t + \frac{32}{0,3125} e^{-0,3125t} \right]_0^2.$$

En calculant cela, on obtient une vitesse moyenne d'environ 20 m.s<sup>-1</sup>.

## Exercice 2 (10 points)

### Partie A : dimensions externes

#### 1. Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré.

On construit un arbre de probabilités :

- H (hauteur conforme) :  $P(H) = 0,98$
- $\neg H$  (hauteur non conforme) :  $P(\neg H) = 0,02$
- Si H, alors L (largeur conforme) :  $P(L|H) = 0,99$
- Si  $\neg H$ , alors  $\neg L$  (largeur non conforme) :  $P(\neg L|\neg H) = 0,26$

#### 2. Justifier que $P(E) = 0,9702$ .

On a :

$$P(E) = P(H) * P(L|H) = 0,98 * 0,99 = 0,9702.$$

#### 3. L'affirmation est-elle exacte ? Justifier par un calcul.

On a  $P(\neg L|\neg H) = 0,26$ . Pour trouver  $P(\neg L)$ , on utilise :

$$P(\neg L) = P(\neg H) * P(\neg L|\neg H) + P(H) * P(\neg L|H) = 0,02 * 0,26 + 0,98 * 0,01 = 0,026.$$

La réponse est donc non, l'affirmation est incorrecte.

#### 4. a. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire N.

La variable N suit une loi binomiale de paramètres  $n = 20$  et  $p = 0,9702$ .

#### 4. b. Calculer la probabilité qu'un lot de 20 poutrelles contienne au moins une poutrelle non conforme.

On utilise la complémentarité :

$$P(N \geq 1) = 1 - P(N = 0) = 1 - (0,9702)^{20} \approx 0,565.$$

### Partie B : épaisseur de l'âme

Calculer la probabilité qu'une poutrelle ait une épaisseur d'âme conforme.

On cherche  $P(4,4 - 0,044 \leq X \leq 4,4 + 0,044)$  :

$$P(4,356 \leq X \leq 4,444) = P(Z \leq \frac{4,444 - 4,4}{0,02}) - P(Z \leq \frac{4,356 - 4,4}{0,02})$$

En utilisant la table de la loi normale, on trouve une probabilité d'environ 0,68.

## Partie C : contrôle de conformité

### 1. Donner l'hypothèse alternative $H_1$ .

$H_1$  : « La longueur moyenne des poutrelles n'est pas égale à 2 m ».

### 2. Déterminer l'intervalle $I = [2 - h ; 2 + h]$ .

Pour un seuil de 5 %, on trouve  $h = 1,96 * \frac{0,001}{\sqrt{100}} = 0,000196$ .

Donc, l'intervalle est  $I = [1,999804 ; 2,000196]$ .

### 3. Énoncer la règle de décision de ce test.

Si la moyenne  $\bar{I}$  est dans l'intervalle I, on ne rejette pas  $H_0$ . Sinon, on rejette  $H_0$ .

### 4. Au seuil de décision 5 %, le technicien peut-il estimer que la scie est bien réglée ?

Comme  $\bar{I} = 1,9997$  est dans l'intervalle I, on ne rejette pas  $H_0$ . La scie est donc considérée comme bien réglée.

## 3. Synthèse finale

Les erreurs fréquentes lors de cet examen incluent :

- Ne pas vérifier les unités lors des calculs.
- Oublier de justifier les calculs et les raisonnements.
- Ne pas interpréter correctement les résultats des probabilités.

### Conseils :

- Relisez attentivement les énoncés pour bien comprendre les questions.
- Faites attention aux conditions initiales et aux hypothèses.
- Utilisez des schémas pour visualiser les problèmes de probabilités.

Copyright © 2026 FormaV. Tous droits réservés.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.

Copyright © 2026 FormaV. Tous droits réservés.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.